

**ВОЕННАЯ АКАДЕМИЯ РАКЕТНЫХ ВОЙСК  
СТРАТЕГИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ  
ИМЕНИ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**

# **ГУМАНИТАРНЫЙ ВЕСТНИК ВА РВСН**

**№ 1 (5)  
(январь-март)**



**Балашиха  
2017**

|                                                                                                                                                                                         |            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>ВОПРОСЫ ПОЛИТОЛОГИИ .....</b>                                                                                                                                                        | <b>108</b> |
| В.В. Пириносков                                                                                                                                                                         |            |
| Современные проблемы развития ОДКБ .....                                                                                                                                                | 108        |
| Н.И. Васильюк                                                                                                                                                                           |            |
| Современная военно-политическая обстановка в Сирии .....                                                                                                                                | 112        |
| А.С. Немчанинов, О.Л. Мальцева                                                                                                                                                          |            |
| Информационная война в действии: операция по принуждению Грузии к миру в западных СМИ.....                                                                                              | 115        |
| <b>ВОПРОСЫ ПРАВА .....</b>                                                                                                                                                              | <b>119</b> |
| В.В. Губарев                                                                                                                                                                            |            |
| Частные военные и охранные компании в системе международного гуманитарного права .....                                                                                                  | 119        |
| С.В. Полищук                                                                                                                                                                            |            |
| Особенности отдельных видов договоров купли-продажи и защита прав потребителей.....                                                                                                     | 124        |
| С.И. Фишер                                                                                                                                                                              |            |
| Защита прав потребителей в суде.....                                                                                                                                                    | 134        |
| <b>ВОПРОСЫ ЭКОНОМИКИ.....</b>                                                                                                                                                           | <b>142</b> |
| О.И. Асмарян, И.М. Власова, О.Г. Асмарян                                                                                                                                                |            |
| Стратегическое управление природоохранной деятельностью на основе эколого-экономического анализа.....                                                                                   | 142        |
| <b>ВОПРОСЫ ВОЕННОЙ НАУКИ.....</b>                                                                                                                                                       | <b>149</b> |
| С.А. Гудков                                                                                                                                                                             |            |
| Актуальные проблемы развития противоракетной обороны .....                                                                                                                              | 149        |
| А.О. Краснов, И.В. Белов, В.А. Коновалов                                                                                                                                                |            |
| Перспективные направления решения задач оперативной и тактической маскировки, имитации и защиты войск от высокоточного оружия в обеспечении национальной безопасности государства ..... | 153        |
| <b>ВОПРОСЫ ФИЛОЛОГИИ.....</b>                                                                                                                                                           | <b>157</b> |
| А.А. Федоренко                                                                                                                                                                          |            |
| Использование исторического портрета как показатель высокого уровня академического красноречия (на примере двух лекций о Жанне д'Арк).....                                              | 157        |
| <b>ВОПРОСЫ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ .....</b>                                                                                                                                           | <b>162</b> |
| Л.А. Сладкова                                                                                                                                                                           |            |
| Новые технологии обучения курсантов по общетехническим дисциплинам кафедры в соответствии с ФГОС 3+ и предложения по их реализации .....                                                | 162        |
| Л.А. Сладкова, А.В. Кузнецов                                                                                                                                                            |            |
| Моделирование процессов разрушения льда .....                                                                                                                                           | 168        |
| <b>КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ.....</b>                                                                                                                                                      | <b>175</b> |
| Л.А. Аляева, А.В. Проворов                                                                                                                                                              |            |
| Рецензия: Живица, О.В. Лидерство / О.В. Живица. М.: Университет «Синергия», 2017. – 192 с. ....                                                                                         | 175        |

**Л.А. Сладкова<sup>1</sup>, А.В. Кузнецов<sup>2</sup>**

**Моделирование процессов разрушения льда<sup>3</sup>**

*Ключевые слова: лед, модель, разрушение.*

*В статье рассмотрены две модели разрушения льда: математическая и регрессионная, которые показали высокую сходимость по показателям регрессии.*

**L.A. Sladkova, A.V. Kuznetsov**

**Modeling of processes of destruction of ice**

*Keywords: ice, model, destruction.*

*The article considers two models of the fracture of the ice: mathematical and regression, which showed a high convergence in terms of regression.*

Анализ исследований, проведенный по материалам научно-технической литературы, показал, что лед, как объект разрушения, рассматривается как монокристалл, имеющий концентраторы напряжений, т.е., на наш взгляд, мы заведомо считаем, что на гранях кристалла возникают главные напряжения. Однако частицы льда представляют собой монолит, содержащий пузырьки воздуха, соли, пыль, органические вещества и т.д., которые находятся как на поверхностях, ограничивающих кристаллы, также внутри самих кристаллов. В результате этого механические характеристики льда неодинаковы даже на соседних участках одного ледяного массива.

С точки зрения науки о деформации и текучести материалов, лед рассматривается как вязко-упругое твердое тело, которое может воспринимать различные виды нагрузжений: продольное, сдвиговое и чистое всестороннее сжатие [1].

В идеале во льду, как анизотропном теле, возникают только два вида упругой деформации, характеризующиеся модулями упругости и сдвига, что присуще анизотропным веществам

$$n = \frac{E}{2(1 + \mu)}, \quad k = \frac{E}{3(1 - 2\mu)}. \quad (1)$$

Данное допущение справедливо в случае кратковременных воздействий (удар) на лед и незначительных деформаций перед разрушением. При этом протяженность упругой зоны для льда очень велика, в то время как зона пластичности мала, что подтверждается высоким коэффициентом отскока (0,95)

---

<sup>1</sup> Сладкова Любовь Александровна – Военная академия Ракетных войск стратегического назначения имени Петра Великого. Доктор технических наук, профессор.

Sladkova Lyubov Aleksandrovna – Peter the Great Strategic Missile Troops Academy. PhD in Engineering, Professor.

<sup>2</sup> Кузнецов А.В. – аспирант. Московский государственный университет путей сообщения Императора Николая II.

Kuznetsov A.V. – postgraduate student. Moscow state transport University of Emperor Nicholas II.

<sup>3</sup> Сладкова, Л.А., Кузнецов, А.В. Лед как объект разрушения и способы его разрушения // Гуманитарный вестник ВА РВСН. 2017. № 1. С. 168-174.

льда при ударе. Из сказанного вытекает, что для разрушения льда необходимо приложить усилие, лишь незначительно превышающее предел упругости.

При моделировании льда и его прочностных характеристик необходимо рассмотреть влияние кристаллической решетки на его упругие свойства. На основании допущений, сделанных выше, за основную форму кристалла льда примем симметричную гексагональную решетку [2]. Предположим, что для поликристаллического льда упорядоченного типа возможны четыре системы упругих параметров  $E$  – модуль Юнга и  $\mu$  – коэффициента Пуассона в зависимости от направления приложенного усилия:

1) параллельно вертикально расположенным  $c$ -осям и направлению намораживания;

2) перпендикулярно вертикально расположенным  $c$ -осям и направлению намораживания;

3) параллельно направлению намораживания и перпендикулярно хаотически ориентированным в горизонтальной плоскости  $c$ -осям;

4) перпендикулярно направлению намораживания и параллельно горизонтальной плоскости.

Очевидно, что предел прочности поликристаллического льда для каждого из указанных случаев может быть различным.

В предлагаемой нами модели поликристаллического льда, опираясь на выводы, сделанные в [35, 36] Нортвудом, Бойлом и Спрулом, считаем, что все его кристаллы ориентированы вертикально и «спаяны» между собой (аналогия со сварным швом).

В качестве основного элемента льда выберем единичный монокристалл, который содержит расположенные тетраэдрически на расстоянии  $2,76\text{Å}$  атомы кислорода, порождая гексагональную симметрию относительно  $c$ -оси. Причем, используя строение кристалла льда, считаем, что единичная ячейка кристаллической структуры содержит четыре молекулы. Ее размеры (около  $4,5 \times 4,5 \times 7,4 \text{ Å}$ ) соответствуют плотности льда  $0,917 \text{ г/см}^3$  при  $0^\circ\text{C}$ , откуда вытекает важное свойство положительной плавучести льда в воде.

Причем механические характеристики спаек могут отличаться от механических характеристик самих кристаллов. Равенство характеристик позволит получить монокристаллический лед.

Исходя из предполагаемой кристаллической модели льда видно, что базисная плоскость модели является плоскостью скольжения решетки. Потому касательное напряжение, приложенное параллельно этой плоскости, вызывает скорость деформации, которая будет выше, чем в том случае, когда касательное напряжение будет приложено по нормали к плоскости скольжения. В самой же плоскости скольжения нет каких-либо предпочтительных направлений.

Таким образом, предлагаемая модель льда как поликристалла, показанная на рис. 1, представляет собой бесконечную пластину малой толщины, опирающуюся на упругие связи чередующейся жесткости, которые расположены на жестком основании.

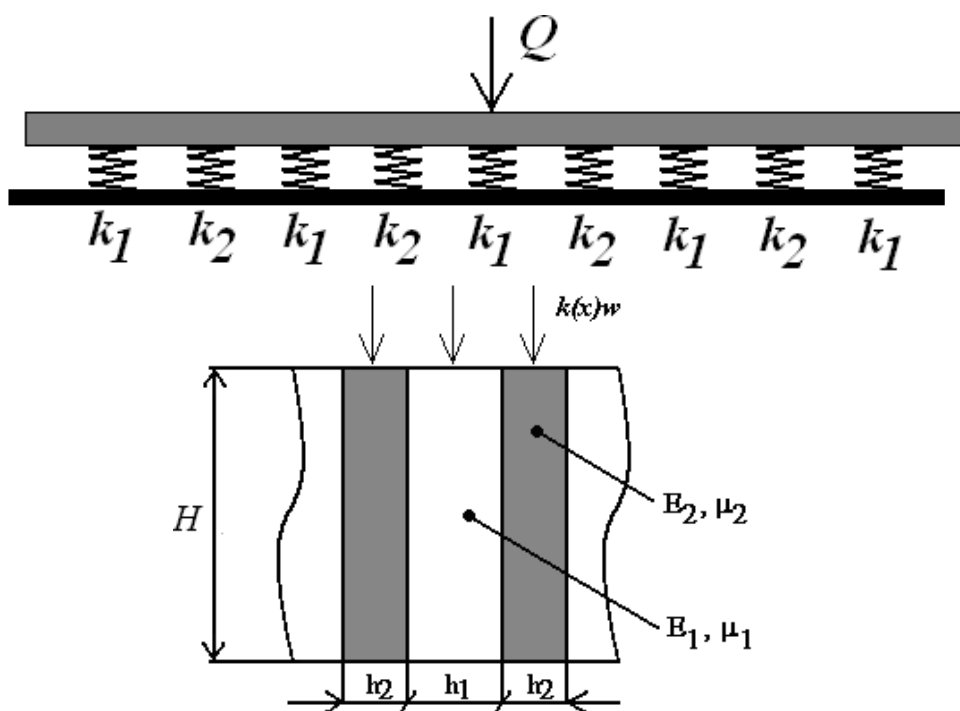


Рис. 1. Модель поликристаллического льда

Для разрушения льда ударом, направим действующее усилие разрушения  $Q$  вдоль плоскости скольжения. Тогда со стороны упругого основания на кристаллы и спайки переменной жесткости  $k_1$  и  $k_2$  будут действовать реакции связей, которые будут изменяться в зависимости от точки приложения внешнего усилия. Величины ширины кристаллов льда  $h_1$  и спайки  $h_2$  можно принять равными  $4,5 \dots 7,4 \text{ А}^\circ$ . Модули Юнга и коэффициент Пуассона равны для кристалла льда  $E_1$  и  $\mu_1$ , а для спайки  $E_2$  и  $\mu_2$ .

При действии разрушающего усилия вдоль плоскости скольжения видно, рассматриваемая модель работает на изгиб. Учитывая, что модель является пластиной, реакцию со стороны основания можно представить в виде усилия, которое можно определить как произведение функции переменной жесткости на перемещение каждого кристалла и спайки, соответственно, т.е. в виде некоторой функции

$$F = k(x)w.$$

Другими словами, полагаем, что каждый кристалл и спайка воспринимают независимую друг от друга нагрузку, представляя таким образом систему независимых упругих стержней каждый из которых работает на сжатие.

Жесткость каждого  $i$ -го кристалла льда и спайки, как стержня, работающего на сжатие, исходя из основных положений сопротивления материалов, можно представить в виде выражается в виде

$$c = \frac{EA}{H},$$

где  $E$  – модуль Юнга стержня;  $A$  – площадь поперечного сечения кристалла льда или спайки;  $H$  – длина стержня (толщина прослойки).

Имея размеры кристалла и спайки определим ориентировочную жесткость элемента модели.

$$c = 9,29 \cdot 10^9 \cdot 4,5 \text{ А}^\circ \cdot 4,5 \text{ А}^\circ / 7,4 \text{ А}^\circ = 25,42 \cdot 10^{-1} \text{ Н/м} = 2,45 \text{ Н/м}.$$

$$(1 \text{ А}^\circ = 10^{-10} \text{ м}).$$

Для решения задачи разобьем пластину на балки единичной ширины и для каждой из которых уравнение изгиба будет иметь вид. Горизонтальную составляющую силы примем равной нулю.

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ EI \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} \right] + k(x)w = q(x) \quad (2)$$

где  $w$  – прогиб единичной балки;  $x$  – изменение координаты изменения жесткости единичного стержня вдоль балки;  $I = bH_1^3/12$  – момент инерции;  $H_1$  – высота пластины;  $k(x)$  – жесткость кристалла льда или спайки;  $q(x)$  – приложенная вертикальная нагрузка на единицу длины балки;  $H$  – толщина слоя льда (см. рис. 2).

Представим функцию жесткости в виде (см. рис. 2, например, при  $h_1 = 1$ ,  $h_2 = 2$ ,  $E_1 = 10$ ,  $E_2 = 20$ ,  $H = 1$ )

$$k(x) = (C \times \text{sign}(\cos(Ax) + B) + D) / H. \quad (3)$$

Здесь  $A$  – период функции, равный:

$$A = \frac{2\pi}{h_1 + h_2}; \quad (4)$$

$B$  – смещение значений функции косинуса, для получения нужных отрезков по оси  $x$ ;  $C$  – половина разницы между значениями модулей Юнга;  $D$  – среднее арифметическое модулей Юнга.

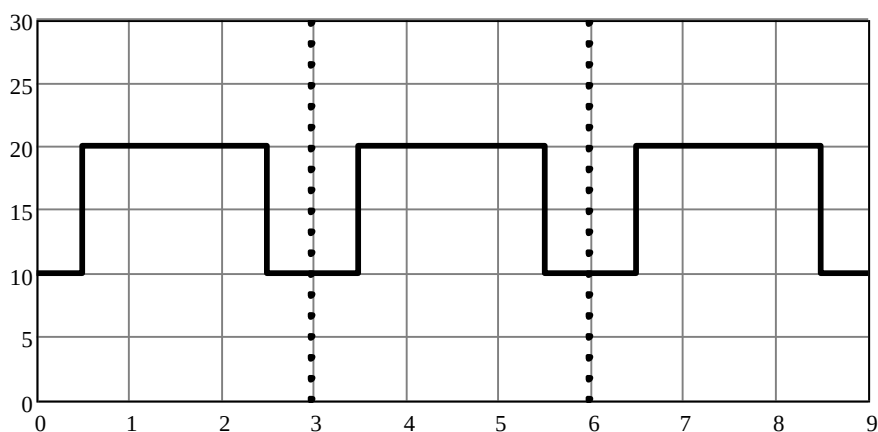


Рис. 2. Вид функции изгибной жесткости

Переходя к задаче Коши, преобразуем уравнение (2) к виду:

$$\frac{dw_3}{dx} = q(x) - k(x)bw. \quad (5)$$

Задаваясь граничными условиями (угол поворота равен нулю в виду симметрии задачи ( $w' = 0$ ); внутренняя сила равна приложенной сосредоточенной ( $w''' = P$ )) и, используя метод ортогонализации Годунова [37]

получим полное решение уравнения (5), графическая интерпретация которого представлена на рис. 3. Анализ решения позволил установить, что с ростом толщины слоя льда величина прогиба снижается, что не противоречит здравому смыслу. Величина деформации будет увеличиваться с ростом толщины  $H$  спайки, в результате снижения его жесткости. Аналогичная картина наблюдается при увеличении внешней нагрузки.

Для подтверждения проведенных выше теоретических исследований необходимо проведение численного эксперимента. Учитывая основные механические характеристики льда и геометрические параметры выбранной модели льда, принимаем, что в соответствии с выбранной моделью факторами, оказывающими влияние на прочность льда являются величина внешнего воздействия, толщина кристалла льда, толщина спайки, модуль Юнга, высота слоя льда. Исследуемые факторы с введенными обозначениями приведены в таблице 2.1.

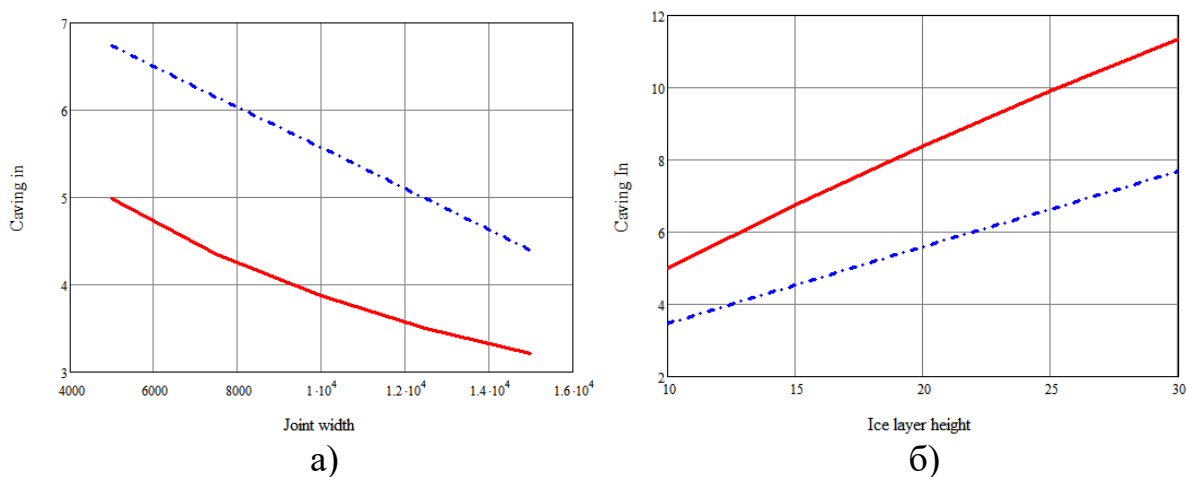


Рис. 3. График изменения прогиба от толщины льда: а – спайки; б - слоя

— - график модели НДС;  
 - - - - - регрессионная зависимость.

Предлагаемая имитационная модель является шестифакторной (табл. 1), в которой исследуемые параметры могут изменяться в пределах, указанных в табл. 2.

Таблица 1

Факторы, действующие на напряженно-деформированное состояние льда

| № п/п | Фактор                          | Обозначение |          |
|-------|---------------------------------|-------------|----------|
|       |                                 | Реальное    | Условное |
| 1     | Внешнее воздействие, Н          | Q           | X1       |
| 2     | Толщина кристалла льда, мм      | $h_1$       | X2       |
| 3     | Толщина спайки, мм              | $h_2$       | X3       |
| 4     | Модуль Юнга кристалла льда, МПа | $c_1$       | X4       |
| 5     | Модуль Юнга спайки, МПа         | $c_2$       | X5       |
| 6     | Высота слоя льда, мм            | H           | X6       |

Таблица 2

**Пределы изменения факторов, действующих на напряженно-деформированное состояние льда**

| №<br>п/п | Фактор                               | Значение |       |
|----------|--------------------------------------|----------|-------|
|          |                                      | min      | max   |
| 1        | Внешнее воздействие, Н (X1)          | 10000    | 20000 |
| 2        | Толщина кристалла льда, мм (X2)      | 0,4      | 0,6   |
| 3        | Толщина спайки, мм (X3)              | 0,3      | 0,8   |
| 4        | Модуль Юнга кристалла льда, МПа (X4) | 8500     | 9500  |
| 5        | Модуль Юнга спайки, МПа (X5)         | 5000     | 15000 |
| 6        | Высота слоя льда, мм (X6)            | 10       | 30    |

Число проведенных исследований в соответствии с планом проведения эксперимента определяем по зависимости  $N = 2^p = 2^6 = 64$  опыта.

Учитывая многовариантность исследований была составлена программа для оценки параметров имитационной модели НДС льда на языке программирования C++ по алгоритму.

Используя теорию планирования эксперимента, получим регрессионную зависимость (6). Значимость коэффициентов оценивалась по критерию Стьюдента, а адекватность – по критерию Фишера.

$$w = 5.564 + 1.878X_1 - 1.084X_5 + 2.193X_6. \quad (6)$$

Анализ регрессионной зависимости (6) показал, что максимальная величина прогиба располагается под точкой приложения силы, действующей на разработанную модель льда. Регрессионная зависимость прогиба, полученная по результатам численного эксперимента свидетельствует о том, что из рассматриваемых факторов значимыми оказались величина внешнего воздействия ( $X_1$ ), Модуль Юнга спайки ( $X_5$ ) и толщина слоя льда ( $X_6$ ).

Таким образом, очевидно, что толщина кристалла льда, толщина спайки и модуль Юнга кристалла льда не оказывают существенного влияния на напряженно-деформированное состояние льда. Принимая две из рассматриваемых величин в регрессионной зависимости равными нулю, получаем изменение исследуемых параметров на плоскости. Сравним полученные зависимости с полученными теоретическими (на. рис. 3 это изменение отмечено штрихпунктирной линией).

Из графической интерпретации проведенных исследований видно, что результаты расчетной модели, проведенной по методу Годунова имеют высокую степень корреляционной зависимости с регрессионной зависимостью.

Проведем исследование регрессионной зависимости (6) в трехмерном пространстве, принимая один из рассмотренных факторов равным нулю. Результаты исследований показывают, что изменение прогиба представляет собой плоскость, ограниченную координатными осями, которые позволят оценить, например, внешнее усилие от толщины слоя льда. В этом случае



параметр  $X_5$  мы можем считать параметром второго порядка малости. Тогда величина искомого прогиба будет иметь вид:

$$w = 5.564 + 1.878X_1 + 2.193X_6 \quad (7)$$

Из условия жесткости известно, что для обеспечения разрушающего усилия необходимо, чтобы соблюдалось превышения расчетной величины прогиба  $w$  над допускаемой  $[w]$ , т.е. соблюдалось неравенство

$$w \geq [w]. \quad (8)$$

Очевидно, что исследуемая зависимость (7) будет представлять собой плоскость.

Исследуем эту зависимость, используя неравенство (8).

Очевидно, что величина внешнего воздействия будет равна

$$X_1 = ([w] - 5,564 - 2,193X_6) / 1,878 \geq 0.$$

Для выполнения полученного неравенства следует, что допускаемая величина прогиба льда для условия разрушения должна выбираться из соотношения

$$[w] \geq 5,564 + 2,193 X_6,$$

Таким образом, установлено, что деформация, предшествующая разрушению льда должна быть не менее 70% от размеров (толщины) льда.

Вывод:

Лед рассматривается как вязко-упругое твердое тело, которое может воспринимать различные виды нагружений: продольное, сдвиговое и чистое всестороннее сжатие, т.е. его напряженно-деформированное состояние можно оценить, пользуясь обычными законами сопротивления материалов. С ростом толщины слоя льда величина прогиба снижается, что не противоречит здравому смыслу. Величина деформации будет увеличиваться с ростом толщины  $H$  спайки, в результате снижения его жесткости. Полученная модель позволила выявить значимые факторы: величина внешнего воздействия ( $X_1$ ), Модуль Юнга спайки ( $X_5$ ) и толщина слоя льда ( $X_6$ ). Установлено, что результаты модели имеют высокую степень корреляционной зависимости с регрессионной зависимостью.

#### Литература

1. Паундер, Э. Физика льда, М.: Мир, 1967.
2. Shulson, E.M. The structure and Mechanical Behavior of Ice, JOM, 51, 1999, p. 21-27.
3. Northwood, T.D. Canad. J. Phys., A25, 88, 1947.
4. Boyle R.W., Sproule D.C., Canad. J. Res. 5. 601, 1931.
5. Арушанян, О.Б., Залеткин, С.Ф. Решение линейной краевой задачи для систем обыкновенных дифференциальных уравнений методом ортогональной прогонки С.К. Годунова. // Вычислительные методы и программирование, 2001. Т. 2.